RAZONAMIENTO CUANTITATIVO FRENTE A SITUACIONES SUSCEPTIBLES DE SER ABORDADAS DE MANERA MATEMÁTICA EN CONTEXTOS LABORALES, SOCIALES

Información cuantitativa: Cuando una variable puede medirse, se le denomina cuantitativa o numérica. Variables de este tipo pueden ser, por ejemplo, la edad de las personas, el tiempo de una reacción química, los ingresos de una compañía o la velocidad de transmisión de una señal a un dispositivo electrónico.

La investigación cuantitativa es una forma de hacer ciencia a través de estudios empíricos cuyos datos se recogen mediante herramientas numéricas. Es decir, los fenómenos observados por el investigador se pueden cuantificar y registrar, ya sea de una manera estadística, computacional o matemática en general.

La diferencia fundamental con las investigaciones cualitativas, como descubriremos después al repasar la lista de ejemplos de investigación cuantitativa, es que en estos últimos se le puede asignar un número, un valor, a la condición estudiada, y descubrir si esta aumenta o disminuye cuando se expone al sujeto a un estímulo determinado.

Con los datos recogidos de la muestra poblacional seleccionada, el investigador va a poder extrapolar las conclusiones al conjunto de la población total, siempre que se haya seleccionado una muestra lo suficientemente representativa y se hayan controlado todas las variables del estudio. Este tipo de investigaciones son objetivas y tienen el fin de comprobar la validez de unas hipótesis previas.

Tipos de investigación cuantitativa

Igualmente, antes de pasar a los ejemplos de investigación cuantitativa, debemos conocer las tipologías de este tipo de trabajos. A continuación, los revisaremos.

1. Investigación descriptiva

Podemos encontrar varias maneras de hacer investigaciones cuantitativas. La primera de ellas es la descriptiva, la más sencilla pero también la más esencial, ya que se refiere a la observación previa del fenómeno que ha realizado el investigador y sobre la cual ya ha establecido las primeras hipótesis para tratar de explicar lo que ha registrado.

2. Investigación analítica

Una forma más elaborada es la que nos encontramos con la investigación analítica. En este caso, se introduce un elemento que resulta clave para el estudio: la comparación entre el grupo de estudio y el grupo control, es decir, entre un grupo que está sometido a un determinado estímulo, y un grupo que no está sometido a él, para poder comprobar qué cambios se deben a dicho elemento.

3. Investigación experimental.

En el caso anterior, es importante tener en cuenta que el investigador no aplica ningún estímulo, simplemente se limita a observar al grupo que de por sí lo está recibiendo. Si, deliberadamente, el investigador aplicara unas determinadas condiciones a un grupo de personas y lo comparase con otro grupo, el control, estaríamos hablando de investigación experimental. Veremos algunos casos en la lista de ejemplos de investigación cuantitativa.

4. Investigación cuasi experimental

El último tipo es el de investigación cuasi experimental, y está a medio camino entre la analítica y la experimental. En este caso, la selección de participantes en los grupos no es aleatoria, sino que se selecciona a los individuos de manera deliberada para tratar de equilibrar las condiciones de uno y otro grupo.

Ejemplo:

1. Pruebas farmacológicas

Una de las formas más fáciles de visualizar el concepto que nos ocupa es pensar en los estudios para comprobar la eficacia de un determinado fármaco, algo que se hace continuamente pero quizás es más visible en los últimos tiempos debido al bombardeo informativo relacionado con la pandemia de COVID-19. Las pruebas que se hacen para testear las posibles vacunas, son uno de los ejemplos de investigación cuantitativa.

En este caso, se elaboran dos grupos, uno experimental, al que se le aplica la potencial vacuna y otro control, que solo recibe un placebo. Pasado un tiempo, se comparan las tasas de contagios que han experimentado ambos grupos y se concluye que, la diferencia a favor del grupo experimental, es la tasa de efectividad de la vacuna en cuestión. Dentro de los tipos que veíamos antes, este sería un ejemplo de investigación experimental.

2. Características de las especies

Si, por el contrario, queremos visualizar un caso de investigación descriptiva, podríamos pensar en el trabajo que realizan los zoólogos cuando encuentran una nueva especie. Registran todas las medidas del individuo encontrado para establecer cuáles son las características medias de ese animal. La diferencia con el ejemplo anterior, es que, en este caso, el investigador se limita a describir lo que está viendo, sin influir en absoluto al sujeto.

3. Encuestas de satisfacción

Otro de los casos típicos en los que cualquier persona puede haber participado alguna vez son las conocidas encuestas de satisfacción. Muchas empresas y organismos contactan con los usuarios de sus productos o servicios tras el consumo de estos, para proponerle unas breves cuestiones destinadas a darle un valor numérico a su satisfacción. Puede ser a través de una llamada telefónica, automatizada o no, a través de un correo electrónico o mediante otros métodos.

Es un método usado constantemente, pues permite a las empresas obtener una información estadística muy valiosa y con un coste reducido, que les ayuda a mejorar en la calidad de sus servicios. Por eso, es uno de los ejemplos de investigación cuantitativa más claros y abundantes que encontramos en nuestro día a día.

4. Medición de las audiencias

También en el terreno comercial, otra de las técnicas más habituales es la medición de las audiencias de los contenidos audiovisuales publicados, o lo que es lo mismo, el impacto de estas. Estos estudios pueden adaptarse al medio en el que se haya lanzado la campaña en cuestión. Por ejemplo, en los más tradicionales, como es la televisión o la radio, se realizan mediciones de audiencia.

En las plataformas más modernas, como pueden ser las publicaciones en las redes sociales, el impacto se mide a través de diferentes factores, como las visualizaciones recibidas, el número de interacciones (“me gusta” o equivalente, comentarios, veces que se ha compartido, etc.) o el número de clics sobre el hipervínculo.

Todos estos datos se cuantifican matemáticamente y permiten al investigador realizar un detallado análisis sobre el nivel de éxito de la campaña. Sería, por lo tanto, uno de los ejemplos de investigación cuantitativa que más deberíamos tener en cuenta por su utilidad y frecuencia de uso.

5. Experimentos psicológicos

Por supuesto, no podemos olvidarnos de los experimentos psicológicos como otro de los ejemplos de investigación cuantitativa. Encontramos infinidad de ellos, y de muchas categorías diferentes. La mayoría de estos estudios son de tipo experimental, es decir, con un grupo que se verá afectado por una variable introducida por el investigador, y en comparación con un grupo control, al que no se le someterá a dicho cambio.

Gracias a estos trabajos, la psicología experimental ha logrado acumular un gran conocimiento acerca del funcionamiento de la mente humana, estableciendo

asociaciones sobre las respuestas que los individuos tienden a emitir ante un estímulo en concreto y bajo unas condiciones determinadas.

6. Estadísticas generales

Organismos nacionales, como el Instituto Nacional de Estadística, en el caso de España, se dedican a hacer una ingente labor de investigación cuantitativa. Gracias a esos registros, otros investigadores pueden beneficiarse de la enorme recopilación de datos y analizarlos en función de los estudios que estén realizando. Este tipo de bases de datos ofrecen información acerca de multitud de variables que afectan a la población de un territorio.

Podemos segmentar a dicha población en función de variables como el sexo, la edad, la región en la que vive, el grado de formación alcanzado, el sector laboral en el que se incluye, y muchas otras. También se pueden consultar estadísticas acerca de la natalidad, mortalidad, criminalidad, y otras cuestiones diferentes. Estos datos son de carácter público, por lo que cualquiera puede aprovecharlos para realizar estudios y generar nuevo conocimiento.

Este sería el último de los diferentes ejemplos de investigación cuantitativa que hemos podido revisar, los cuales nos han ayudado a complementar esa primera introducción teórica con la que se inició el artículo, de manera que ahora podamos tener la perspectiva completa de las implicaciones de esta forma de hacer ciencia.

ESTABLECER RELACIÓN ENTRE VARIABLES

Correlación

En este artículo trataremos de valorar la asociación entre dos variables cuantitativas estudiando el método conocido como correlación. Dicho cálculo es el primer paso para determinar la relación entre las variables. La predicción de una variable. La predicción de una variable dado un valor determinado de la otra precisa de la regresión lineal que abordaremos en otro artículo.

La cuantificación de la fuerza de la relación lineal entre dos variables cuantitativas, se estudia por medio del cálculo del coeficiente de correlación de Pearson. Dicho coeficiente oscila entre –1 y +1. Un valor de –1 indica una relación lineal o línea recta positiva perfecta. Una correlación próxima a cero indica que no hay relación lineal entre las dos variables.

El realizar la representación gráfica de los datos para demostrar la relación entre el valor del coeficiente de correlación y la forma de la gráfica es fundamental ya que existen relaciones no lineales.

El coeficiente de correlación posee las siguientes características:

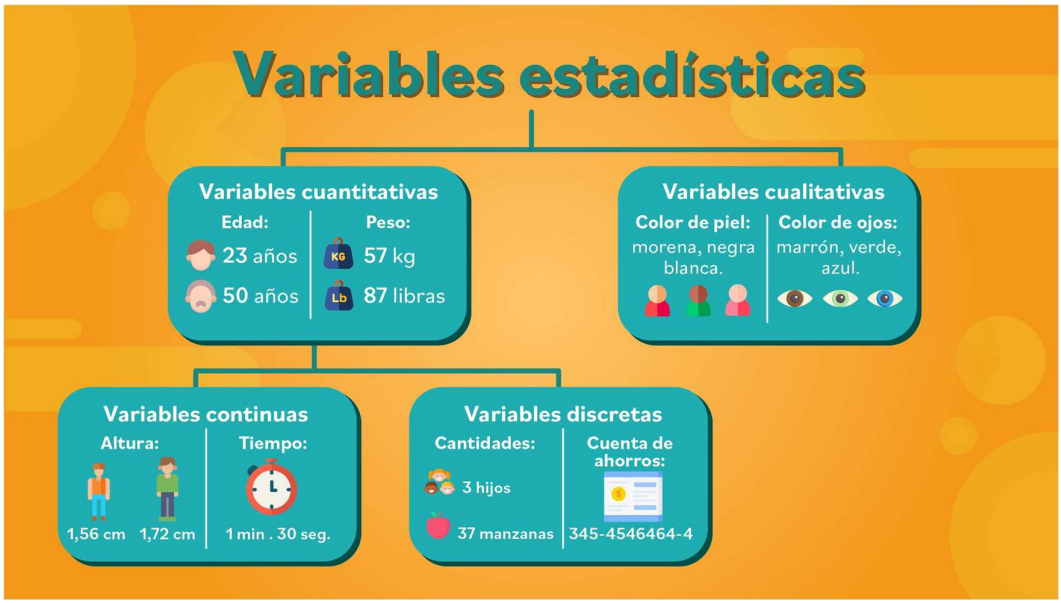
a. El valor del coeficiente de correlación es independiente de cualquier unidad usada para medir las variables.
b. El valor del coeficiente de correlación se altera de forma importante ante la presencia de un valor extremo, como sucede con la desviación típica. Ante estas situaciones conviene realizar una transformación de datos que cambia la escala de medición y modera el efecto de valores extremos (como la transformación logarítmica).
c. El coeficiente de correlación mide solo la relación con una línea recta. Dos variables pueden tener una relación curvilínea fuerte, a pesar de que su correlación sea
d. pequeña. Por tanto cuando analicemos las relaciones entre dos variables debemos representarlas gráficamente y posteriormente calcular el coeficiente de correlación.
e. El coeficiente de correlación no se debe extrapolar más allá del rango de valores observado de las variables a estudio ya que la relación existente entre X e Y puede cambiar fuera de dicho rango.
f. La correlación no implica causalidad. La causalidad es un juicio de valor que requiere más información que un simple valor cuantitativo de un coeficiente de correlación

El coeficiente de correlación de Pearson (r) puede calcularse en cualquier grupo de datos, sin embargo la validez del test de hipótesis sobre la correlación entre las variables requiere en sentido estricto: a) que las dos variables procedan de una muestra aleatoria de individuos. b) que al menos una de las variables tenga una distribución normal en la población de la cual la muestra procede. Para el cálculo válido de un intervalo de confianza del coeficiente de correlación de r ambas variables deben tener una distribución normal. Si los datos no tienen una distribución normal, una o ambas variables se pueden transformar (transformación logarítmica) o si no se calcularía un coeficiente de correlación no paramétrico (coeficiente de correlación de Spearman) que tiene el mismo significado que el coeficiente de correlación de Pearson y se calcula utilizando el rango de las observaciones.

El cálculo del coeficiente de correlación (r) entre peso y talla de 20 niños varones se muestra en la tabla 1. La covarianza, que en este ejemplo es el producto de peso (kg) por talla (cm), para que no tenga dimensión y sea un coeficiente, se divide por

la desviación típica de X (talla) y por la desviación típica de Y (peso) con lo que obtenemos el coeficiente de correlación de Pearson que en este caso es de 0.885 e indica una importante correlación entre las dos variables. Es evidente que el hecho de que la

correlación sea fuerte no implica causalidad. Si elevamos al cuadrado el coeficiente de correlación obtendremos el coeficiente de determinación (r^2=0.783) que nos indica que el 78.3% de la variabilidad en el peso se explica por la talla del niño. Por lo tanto existen otras variables que modifican y explican la variabilidad del peso de estos niños. La introducción de más variable con técnicas de análisis multivariado nos permitirá identificar la importancia de que otras variables pueden tener sobre el peso.



EQUIVALENCIA ENTRE SISTEMA DE MEDIDAS

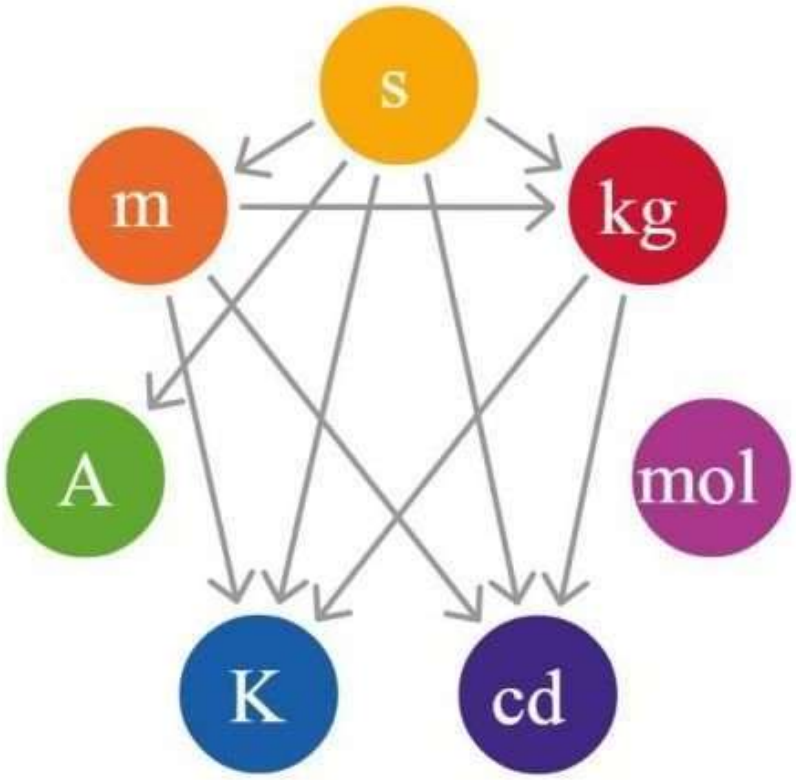
Se llama unidad de medida a una **referencia convencional que se usa para medir la magnitud física** de un determinado objeto, sustancia o fenómeno.

Esta referencia se establece fijando por convención una cantidad estándar, la cual permite calcular las dimensiones de la materia.

Las unidades de medida permiten calcular o medir diferentes características y propiedades. Algunas son la longitud, la masa, la superficie, el volumen, la temperatura, el tiempo, la intensidad eléctrica o la intensidad luminosa.

Las unidades de medida se han usado desde tiempos remotos. Por esta razón, han ido variando con el tiempo, en función de las necesidades humanas y la tecnología disponible. Esto implica que han existido y existen diversos sistemas de unidades de medida.

Tablas de unidades en el Sistema Internacional



En la actualidad, el Sistema Internacional de Unidades (SI) es el sistema de unidades más extendido, basado en el sistema métrico decimal.

En este sistema, hay una serie de magnitudes básicas o fundamentales, las cuales son:

Magnitudes	Unidad de medida	Símbolo de la unidad

Longitud	Metro	m
Masa	Kilogramo	kg
Tiempo	Segundo	s
Temperatura	Kelvin	K
Intensidad de corriente eléctrica	Amperio	A
Cantidad de sustancia	Mol	mol
Intensidad luminosa	Candela	cd

A partir de esta lista, el Sistema Internacional de Unidades contempla un conjunto de **unidades de medida derivadas**. Entre ellas, podemos mencionar las siguientes:

Magnitud derivada	Unidad de medida	Símbolo de la unidad
Volumen	Metro cúbico / litro	m^3 o L
Densidad	Kilogramo por metro cúbico	kg/m^3
Frecuencia	Hertz o hercio	Hz
Fuerza	Newton	N
Trabajo y energía	Julio	J
Presión	Pascal	Pa
Potencia	Watt o vatio	W

Carga eléctrica	Coulomb o culombio	C
Potencial eléctrico	Voltio	V
Resistencia eléctrica	Ohm u ohmio	Ω
Dosis de radiación absorbida	Sievert	Sv

Unidades de medida de longitud en el SI

Unidad	Símbolo	Equivalencia
Kilómetro	Km	1000 m
Hectómetro	Hm	100 m
Decámetro	Dam	10 m
Metro	M	1 m
Decímetro	Dm	0,1 m
Centímetro	Cm	0,01 m
Milímetro	Mm	0,001 m

Unidades de medida de superficie en el SI

Unidad	Símbolo	Equivalencia
Kilómetro cuadrado	km^2	1 000 000 m^2
Hectómetro cuadrado	hm^2	10 000 m^2

Decámetro cuadrado	dam^2	100 m^2
Metro cuadrado	m^2	1 m^2
Decímetro cuadrado	dm^2	0,01 m^2
Centímetro cuadrado	cm^2	0,0001 m^2
Milímetro cuadrado	mm^2	0,000001 m^2

Unidades de medida de masa en el SI

Unidad	Símbolo	Equivalencia
Kilogramo	Kg	1000 g
Hectógramo	Hg	100 g
Decagramo	Dag	10 g
Gramo	G	1 g
Decigramo	Dg	0,1 g
Centigramo	Cg	0,01 g
Miligramo	Mg	0,001 g

Unidades de medida de capacidad en el SI

Unidad	Símbolo	Equivalencia
Kilolitro	Kl	1000 l.

Hectolitro	Hl	100 l.
Decalitro	Dal	10 l.
Litro	L	1 l.
Decilitro	Dl	0,1 l.
Centilitro	Cl	0,01 l.
Mililitro	Ml	0,001 l.

Unidades de medida de volumen en el SI

Unidad	Símbolo	Equivalencia
Kilómetro cúbico	km^3	1 000 000 000 m^3
Hectámetro cúbico	hc^3	1 000 000 m^3
Decámetro cúbico	dac^3	1 000 m^3
Metro cúbico	m^3	1 m^3
Decímetro cúbico	dc^3	0,0001 m^3
Centímetro cúbico	cm^3	0,000001 m^3
Milímetro cúbico	mm^3	0,000000001 m^3

Sistema anglosajón de unidades de medida

A la fecha, los únicos países que no lo han adoptado el Sistema Internacional de Unidades son Estados Unidos, Birmania y Liberia.

En estos países aún se emplea el llamado *modelo anglosajón de unidades*, el cual aplica sobre las magnitudes de masa, longitud, superficie y volumen.

- **Longitud:** en este modelo se usan como unidades de medida las siguientes: pulgada (in), pie (ft), yarda (yd), rod (rd), cadena (ch), furlong (fur), milla (mi) y legua.
- **Superficie:** pie cuadrado (sq ft o ft²); yarda cuadrada (sq yd o yd²); rod cuadrado (sq rd o "rd²); rood; acre (ac); homestead; milla cuadrada (sq mi o mi²) y legua cuadrada.
- **Masa:** grano (gr), dracma; onza (oz); libra (lb); stone (st); arroba; quintal corto (US ctw); quintal largo (UK ctw); cuarto corto (US qtr); cuarto largo (UK qtr); tonelada corta (US ton); tonelada larga (UK ton).
- **Volumen**:
  - **Volumen para sólidos:** pulgada cúbica (in³ o cu in); pie cúbico (ft³ o cu ft); yarda cúbica (yd³ o cu yd); acre-pie; milla cúbica (mi³ o cu mi).
  - **Volumen para secos:** pinta (pt); cuarto (qt); galón (gal); peck (pk); bushel (bu).
  - **Volumen para líquidos:** minim; dracma líquido (fl dr); onza líquida (fl oz); gill; pinta (pt); cuarto (qt); galón (gal) y barril.

Equivalencias entre el modelo anglosajón y el SI

Para comprender mejor las equivalencias entre ambos sistemas, sigamos el siguiente esquema donde se expresan las unidades más usadas:

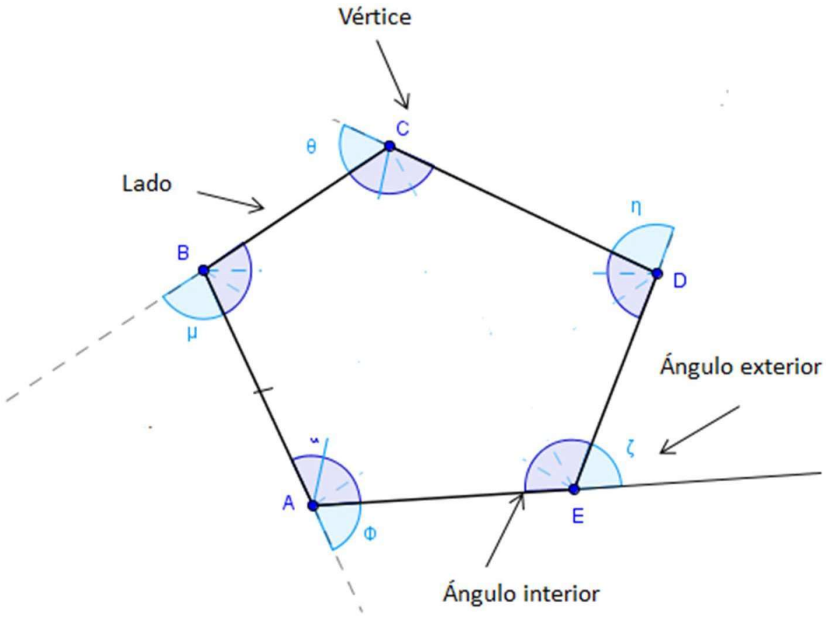
- **Masa**
  - 1 onza (*ounce*) = 28,35 g
  - 1 libra (*pound*) = 453,6 g
  - 1 stone (*stone*) = 6,35 kg
- **Longitud**
  - 1 pulgada (*inch*) = 2,54 cm
  - 1 pie (*foot*) = 30,48 cm
  - 1 yarda (*yard*) = 91,44 cm
  - 1 milla (*mile*) = 1,609 km
- **Volumen**
  - 1 pinta (*pint*) = 473,17 ml

- 1 galón (*gallon*) = 3,78 l

ELEMENTOS DE FIGURAS GEOMETRICAS

Los elementos son los siguientes: Caras, aristas, vértices, los cuales serán definidos más adelante Page 2 Caras: son las superficies planas que limitan el cuerpo geométrico. Estas superficies planas son figuras geométricas. Las caras basales son las que sirven para apoyar el cuerpo en el plano.





ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Una ecuación de primer grado es una igualdad matemática con una o más incógnitas. Dichas incógnitas deben ser despejadas o resueltas para encontrar el valor numérico de la igualdad.

Las ecuaciones de primer grado reciben este nombre porque sus variables (incógnitas) están elevadas a la primera potencia (X1), que suele representarse solo con una X.

Del mismo modo, el grado de la ecuación indica el número de soluciones posibles. Por lo tanto, una ecuación de primer grado (también llamada ecuación lineal) solo tiene una solución.

Ecuación de primer grado con una incógnita

$$4x + 3 = 21 - 2x$$

Para resolver ecuaciones lineales con una incógnita, deben ejecutarse algunos pasos:

1. Agrupar los términos con X hacia el primer miembro y los que no llevan X al segundo miembro. Es importante recordar que cuando un término pasa al otro lado de la igualdad, su signo cambia (si es positivo pasa a ser negativo y viceversa).

$$4x + 2x = 21 - 3$$

3. Se realizan las operaciones respectivas en cada miembro de la ecuación. En este caso, corresponde una suma en uno de los miembros y una resta en el otro, lo que da como resultado:

$$6x = 18$$

4. Se despeja la X, pasando el término que tiene adelante al otro lado de la ecuación, con signo opuesto. En este caso, el término está multiplicando, así que ahora pasa a dividir.

$$x = \frac{18}{6}$$

5. Se resuelve la operación para conocer el valor de X.

$$x = 3$$

Entonces, la resolución de la ecuación de primer grado quedaría de la siguiente manera:

$$4x + 3 = 21 - 2x$$

$$4x + 2x = 21 - 3$$

$$6x = 18$$

$$x = \frac{18}{6}$$

$$x = 3$$

Ecuación de primer grado con paréntesis

$$2\,(2 + 2x) = 12$$

En una ecuación lineal con paréntesis, estos signos nos indican que todo lo que está dentro de ellos debe ser multiplicado por el número que tienen adelante. Este es el paso a paso para resolver ecuaciones de este tipo:

1. Multiplicar el término por todo lo que está dentro del paréntesis, con lo cual la ecuación

quedaría de la siguiente forma:

$$4 + 4x = 12$$

2. Una vez que se ha resuelto la multiplicación, queda una ecuación de primer gradocon una incógnita, que se resuelve como hemos visto anteriormente, es decir, agrupando los términos y haciendo las operaciones respectivas, cambiando los signos de aquellos términos que pasen al otro lado de la igualdad:

$$4 + 4x = 12$$

$$4x = 8$$

$$x = \frac{8}{4}$$

$$x = 2$$

Ecuación de primer grado con fracciones y paréntesis

$$\frac{3x+1}{2} + \frac{1-x}{6} = \frac{5x+4}{4}$$

Aunque las ecuaciones de primer grado con fracciones parecen complicadas, realidad solo llevan algunos pasos extras antes de convertirse en una ecuación básica:

1. En primer lugar, hay que obtener el mínimo común múltiplo de los denominadores (el múltiplo más pequeño que sea común a todos los denominadores presentes). En este caso, el mínimo común múltiplo es 12.

$$\frac{3x+1}{12} + \frac{1-x}{12} = \frac{5x+4}{12}$$

2. Luego, se divide el denominador común entre cada uno de los denominadores originales. El producto resultante va a multiplicar al numerador de cada fracción, los cuales ahora van entre paréntesis.

$$\frac{6(3x+1)}{12} + \frac{2(1-x)}{12} = \frac{3(5x+4)}{12}$$

3. Se multiplican los productos por cada uno de los términos que se encuentran dentro de los paréntesis, tal y como se haría en una ecuación de primer grado con paréntesis.

Al culminar, se procede a simplificar la ecuación eliminando los denominadores comunes:

$$\frac{18x+6}{\cancel{12}} + \frac{2-2x}{\cancel{12}} = \frac{15x+12}{\cancel{12}}$$

El resultado es una ecuación de primer grado con una incógnita, que se resuelve de la manera habitual:

$$18x+6+\ 2-2x\ = 15x+12$$

$$18x-2x+2+6 = 15x+12$$

$$16x+8\ =\ 15x+12$$

$$16x-15x = 12-8$$

$$1x = 4$$

$$x = \frac{4}{1}$$

$$x = 4$$

INTERPRETACIÓN DE DATOS

La interpretación de datos es el proceso de revisar los datos y llegar a conclusiones relevantes utilizando varios métodos analíticos. El análisis de datos ayuda a los investigadores a categorizar, manipular y resumir los datos para responder a preguntas críticas.

En términos empresariales, la interpretación de datos es la ejecución de varios procesos. Este proceso analiza y revisa los datos para obtener conclusiones y reconocer patrones y comportamientos emergentes. Estas conclusiones te ayudarán, como gestor, a tomar una decisión informada basada en los números y con todos los datos a tu disposición.

IMPORTANCIA DE LA INTERPRETACIÓN DE LOS DATOS

Los datos en bruto son inútiles si no se interpretan. La interpretación de datos es importante para las empresas y las personas. Los datos recogidos ayudan a:

Tomar mejores decisiones

Cualquier decisión se basa en la información disponible en ese momento. Cuando se sabe recoger y comprender bien los datos, se pueden tomar mejores decisiones. Puedes elegir con confianza un camino para tu organización o incluso para tu vida en lugar de trabajar con suposiciones.

Lo más importante es seguir un proceso transparente para reducir los errores y el cansancio al tomar decisiones.

ENCONTRAR TENDENCIAS Y TOMAR MEDIDAS

Otro uso práctico de la interpretación de datos es adelantarse a las tendencias antes de que alcancen su punto álgido. Algunas personas se han ganado la vida investigando sectores, detectando tendencias y haciendo luego grandes apuestas sobre ellas.

Con las interpretaciones de datos adecuadas y un poco de trabajo, puedes captar el inicio de las tendencias y utilizarlas para ayudar a tu negocio o a ti mismo a crecer.

MEJOR ASIGNACIÓN DE RECURSOS

La última importancia de la interpretación de datos de la que hablaremos es la capacidad de utilizar personas, herramientas, dinero, etc., de forma más eficiente.

Gracias a una correcta interpretación de datos puedes descubrir que un mercado que creía que encajaba bien es en realidad malo. Esto puede deberse a que el mercado es demasiado grande para tus productos, a que hay demasiada competencia o a cualquier otra cosa.

Sea como fuere, puedes mover los recursos que necesites más rápido y mejor para obtener mejores resultados.

PASOS PARA LA INTERPRETACIÓN DE DATOS

He aquí algunos pasos para interpretar los datos correctamente.

1. Recoger Los Datos

El primer paso en la interpretación de datos es reunir todos los datos relevantes. Para ello, primero hay que visualizarlos en una barra, un gráfico o un diagrama circular. Este paso tiene como objetivo analizar los datos con precisión y sin prejuicios. Ahora es el momento de recordar cómo has realizado tu investigación.

Aquí tienes dos patrones de preguntas que te ayudarán a comprender mejor.

¿Hubo algún fallo o cambio que se produjera durante el proceso de recolección de datos?

¿Has guardado alguna nota de observación o indicadores?

Puedes pasar a la siguiente fase cuando tengas todos los datos.

2. Desarrolla tus descubrimientos

Se trata de un resumen de tus descubrimientos. Aquí examinas a fondo los datos para identificar tendencias, patrones o comportamientos. Si estás investigando a un grupo de personas utilizando una muestra de población, esta es la sección en la que examinas los patrones de comportamiento. Puede comparar estas deducciones con conjuntos de datos anteriores, conjuntos de datos similares o hipótesis generales de tu sector. El objetivo de este paso es comparar estas deducciones antes de sacar conclusiones.

3. Sacar conclusiones

Una vez desarrollados los resultados de los conjuntos de datos, puedes sacar conclusiones basadas en las tendencias descubiertas. Tus conclusiones deben responder a las preguntas que motivaron tu investigación. Si no responden, pregunta por qué; puede dar lugar a investigaciones o preguntas adicionales.

4. Dar recomendaciones

El procedimiento de interpretación de los datos llega a su fin con esta etapa. Toda conclusión de investigación debe incluir una recomendación. Como las recomendaciones son un resumen de tus resultados y conclusiones, deben ser breves. Sólo hay dos opciones para las recomendaciones; puedes recomendar un curso de acción o sugerir investigaciones adicionales.

Ejemplos de interpretación de datos

Aquí tienes dos ejemplos de interpretación de datos que te ayudarán a entenderlos mejor:

Ejemplo 1

Digamos que tus usuarios se dividen en cuatro grupos de edad. Entonces una empresa puede ver a qué grupo de edad le gusta tu contenido o producto. Basándose en los gráficos de barras o en los gráficos circulares, pueden desarrollar una estrategia de marketing para llegar a los grupos no implicados o una estrategia de alcance para hacer crecer su base de usuarios principal.

Ejemplo 2

Otro ejemplo de análisis de datos es el uso del CRM de contratación por parte de las empresas. Lo utilizan para encontrar candidatos, seguir su progreso y gestionar

todo su proceso de contratación para determinar cómo pueden automatizar mejor su flujo de trabajo.

PLANTEAR PROPORCIONES

Una proporción es una expresión matemática que representa la relación entre dos números, mostrando el número de veces que un valor contiene o está contenido dentro del otro. Un ejemplo de una proporción es la proporción de manzanas y naranjas en una canasta de frutas.

Por ejemplo: si un negocio de venta de pizza tiene una ganancia de $15.000 y un gasto de $5.000, podremos decir que la empresa tiene una razón de 3. Del mismo modo, si a este negocio le cuesta $20 elaborar dos pizzas (20/2 = 10), de modo que elaborar cuatro pizzas costaría $40 (40/4 = 10). Si ambas razones se expresan en una fórmula: 20/2 = 40/4. He allí una proporción.

Tipos de proporcionalidad

Podemos decir que una proporción se da en las situaciones matemáticas en que los valores de dos magnitudes dependen el uno del otro de manera directa (proporcionalidad directa). Así, cuando uno de los valores de la relación aumente, el otro lo hará también necesariamente, como es por ejemplo la relación entre temperatura y energía: a mayor temperatura, se registra mayor energía y viceversa.

En cambio, en una relación en que el aumento de uno de los términos acarrea la disminución del otro, se dice que estamos ante una proporcionalidad inversa. Esto puede expresarse como que dos términos son inversamente proporcionales: cuando uno sube el otro baja, y viceversa. Tal es la relación entre velocidad y tiempo: a mayor velocidad menor tiempo tardaremos en llegar a nuestro destino, y viceversa.

1. **Ejercicio sobre ruedas**

Dos ruedas están unidas por una correa transmisora. La primera tiene un radio de 25 cm y la segunda de 75 cm. Cuando la primera ha dado 300 vueltas, ¿cuántas vueltas habrá dado la segunda?

Solución:
Son magnitudes inversamente proporcionales, ya que a más radio dará menos vueltas

$25cm \longrightarrow 300$ vueltas

$75cm \longrightarrow x$ vueltas

Entonces tenemos la siguiente regla de proporción inversa

$$75_{\overline{25=\frac{300}{x}}}$$
$$\mathrm{x} = (300)(25)_{\overline{75=100}} \text{ vueltas}$$

2. **Ejercicio sobre costo de un hotel**
   Seis personas pueden vivir en un hotel durante 12 días por 792 €. ¿Cuánto costará el hotel de 15 personas durante ocho días?
   Solución:
   A más personas más dinero, entonces es una proporción directa
   A más días más dinero, entonces es una proporción directa
   $$6 \text{ personas} \longrightarrow 12 \text{ días} \longrightarrow 792_{€}$$
   $$15 \text{ personas} \longrightarrow 8 \text{ días} \longrightarrow x_{€}$$
   Entonces tenemos la siguiente regla de proporción directa
   $$6_{\overline{15.\frac{12}{8}=\frac{792}{x}}}$$
   $$\mathrm{x} = (15)(8)(792)_{\overline{6(12)=1320}} €$$

3. **Ejercicio sobre litros de pintura**
   Si con 12 botes de $\frac{1}{2}l$ de pintura cada uno se han pintado 90m de verja de 80 cm de altura. Calcular cuántos botes de $2l$ de pintura serán necesarios
   para pintar una verja similar de $120cm$ de altura y $200m$ de longitud.
   Solución:
   A más kilos de pintura menos botes, entonces es una proporción inversa

   A más más botes, entonces es una proporción directa
   $$\frac{1}{2}l \longrightarrow 90(0.8)m^2 \longrightarrow 12 \text{ botes}$$
   $$2l \longrightarrow 200(1.2)m^2 \longrightarrow x \text{ botes}$$
   Entonces tenemos la siguiente regla de proporción
   $$2_{\overline{0.5.\frac{(90)(0.8)}{(200)(1.2)}=\frac{12}{x}}} \mathrm{x} = (12)(0.5)(200)(1.2)_{\overline{2(90)(0.8)=10 \text{ botes}}}$$

PLANTEAR ECUACIONES DE PRIMER GRADO



Debemos seguir los siguientes pasos:

1. Leer detenidamente comprendiendo el enunciado.
2. Extraer los datos.
3. Ubicar la incógnita y representarla.
4. Relacionar los datos construyendo una igualdad lógica. De ser posible, debemos relacionar la información con la realidad y a partir de allí plantear la ecuación.
5. Resolver la ecuación.
6. Dar respuesta a la incógnita.

Planteo de ecuaciones forma verbal y simbólica

Forma Escrita (Verbal)	**Forma Simbólica**
La edad de Ana	X
El doble de un número	2X

El cuádruplo de tu edad	4Y
La mitad de un número	X/2
Los 3/4 de tu dinero	3/4.a
El cuadrado de un número	X^2
La inversa de un número	1/X
Mi edad disminuida en 12 años	X-12
6X aumentado en 7	6X+7
Un número disminuido en 5	X-5
La suma de dos números	X+Y

El producto de dos números	X.Y
El triple de la mitad de un número	3.(X/2)
Un número es a 4	X/4
8 es a X como 5 es a 7	8/X=5/7
A es dos veces B	A=2.B
A es tres veces más que B	A=B+3B
El triple de un número, disminuido en 6	3X-6
El triple de un número disminuido en 6	3(X-6)
Se le resta un número a 10	10-X

El número de manzanas excede al de plátanos en 8	M-P=8
Cuatro menos tres veces un número cualquiera	4-3X
El producto de dos números pares consecutivos	2X (2X+2)
La suma de tres números consecutivos	X+(X+1)+(X+2)
El cuadrado de la diferencia de dos númerosm	(X-Y)^2
Mi edad dentro de 6 años	X+6
Un número disminuido en sus 2/9	X-2/9.X

Convertir conectores verbales a matemáticos

Conector Verbal	**Símbolo Matemático**

Aumentado, agregado	Suma (+)
Disminuido, diferencia	Resta (–)
De, del, de los	Producto (x)
Es, como, nos da, tendrá, resulta	Igualdad (=)
Es a, como, entre	Cociente (/)
Excede a	Un número tiene más que otro
Es excedido	Un número tiene menos que otro

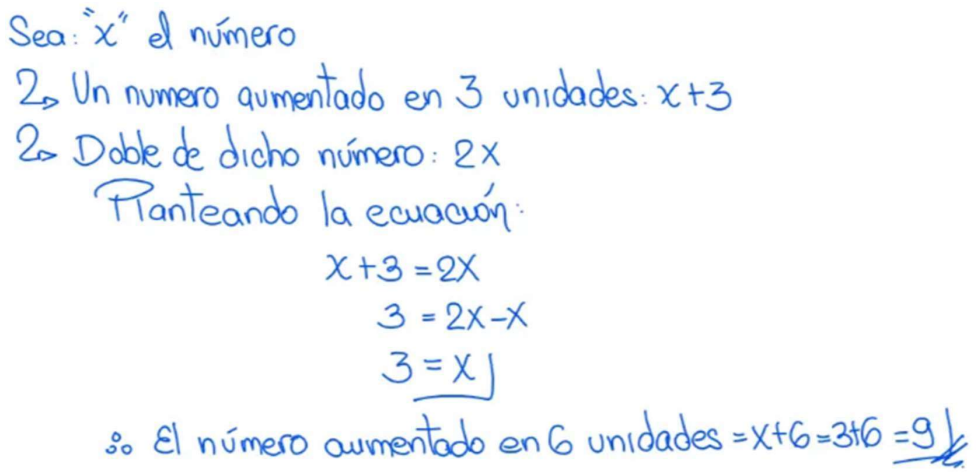
Planteo de ecuaciones ejercicios resueltos

Ejercicios Para Primaria

Ejercicio 1

Un número aumentado en 3 unidades es igual al doble de dicho número. Luego, el número aumentado en 6 unidades será:

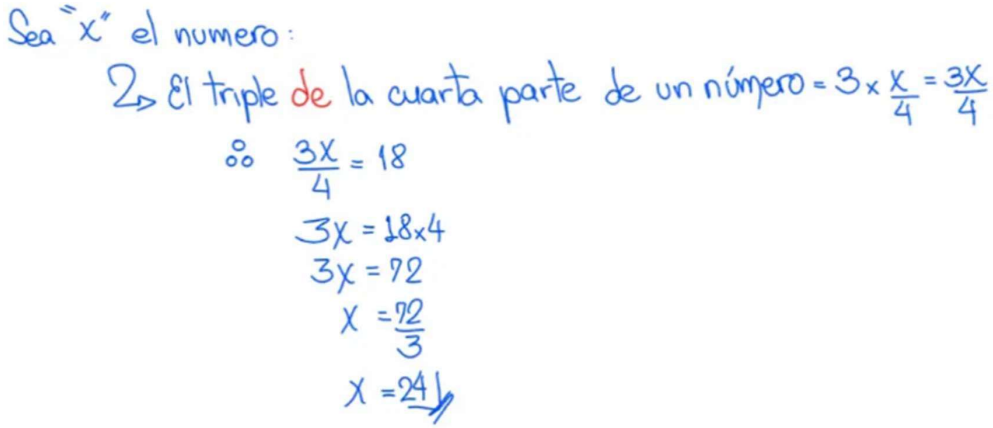
Solución



Ejercicio 2

El triple de la cuarta parte de un número es 18. ¿Cuál es este número?

Solución



Ejercicio 3

La mitad más el tercio más la cuarta parte de los años que tiene Manuel, suman los años que tiene más 3. ¿Qué edad tiene Manuel?

Solución

Sea "x" la edad de Manuel

$$\frac{1}{2}\cdot x + \frac{1}{3}\cdot x + \frac{1}{4}\cdot x = x + 3$$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = x + 3$$

$$\frac{6x + 4x + 3x}{12} = x + 3$$

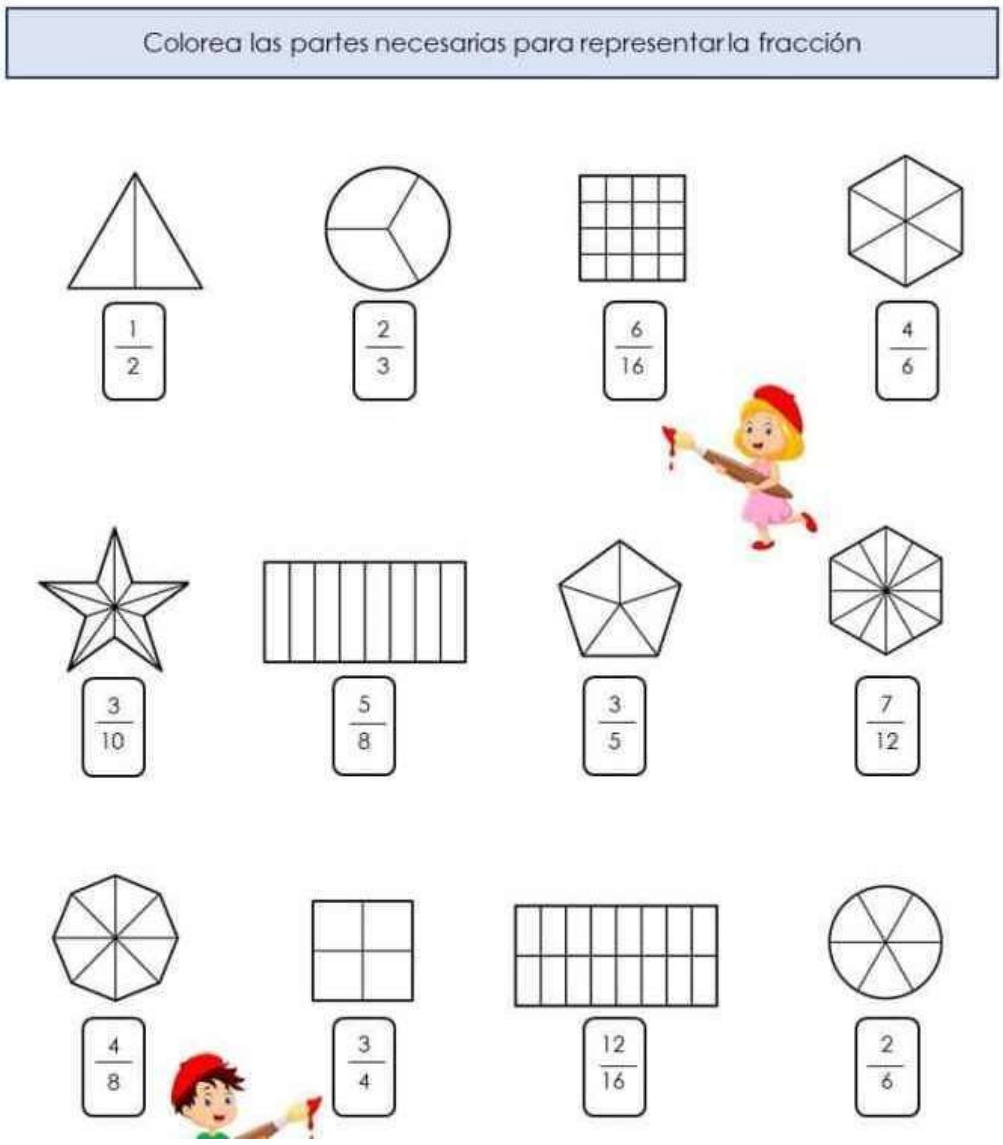
$$\frac{13x}{12} = x + 3 \quad \Rightarrow \quad 13x = 12(x + 3)$$

$$13x = 12x + 36$$

$$13x - 12x = 36$$

$$x = 36$$

REPRESENTAR FIGURAS GEOMETRICAS



REPRESENTAR UN CONJUNTO DE DATOS

Representación Gráfica De Datos Estadísticos

En los análisis estadísticos, es frecuente utilizar representaciones visuales complementarias de las tablas que resumen los datos de estudio. Con estas representaciones, adaptadas en cada caso a la finalidad informativa que se

persigue, se transmiten los resultados de los análisis de forma rápida, directa y comprensible para un conjunto amplio de personas.

Tipos de representaciones gráficas

Cuando se muestran los datos estadísticos a través de representaciones gráficas, se ha de adaptar el contenido a la información visual que se pretende transmitir. Para ello, se barajan múltiples formas de representación:

Diagramas de barras: muestran los valores de las frecuencias absolutas sobre un sistema de ejes cartesianos, cuando la variable es discreta o cualitativa.

Histogramas: formas especiales de diagramas de barras para distribuciones cuantitativas continuas.

Polígonos de frecuencias: formados por líneas poligonales abiertas sobre un sistema de ejes cartesianos.

Gráficos de sectores: circulares o de tarta, dividen un círculo en porciones proporcionales según el valor de las frecuencias relativas.

Pictogramas: o representaciones visuales figurativas. En realidad son diagramas de barras en los que las barras se sustituyen con dibujos alusivos a la variable.

Cartogramas: expresiones gráficas a modo de mapa.

Pirámides de población: para clasificaciones de grupos de población por sexo y edad.

Diagramas de barras e histogramas

Los diagramas de barras se usan para representar gráficamente series estadísticas de valores en un sistema de ejes cartesianos, de manera que en las abscisas se indica el valor de la variable estadística y en las ordenadas se señala su frecuencia absoluta.

Estos gráficos se usan en representación de caracteres cualitativos y cuantitativos discretos. En variables cuantitativas continuas, se emplea una variante de los mismos llamada histograma.

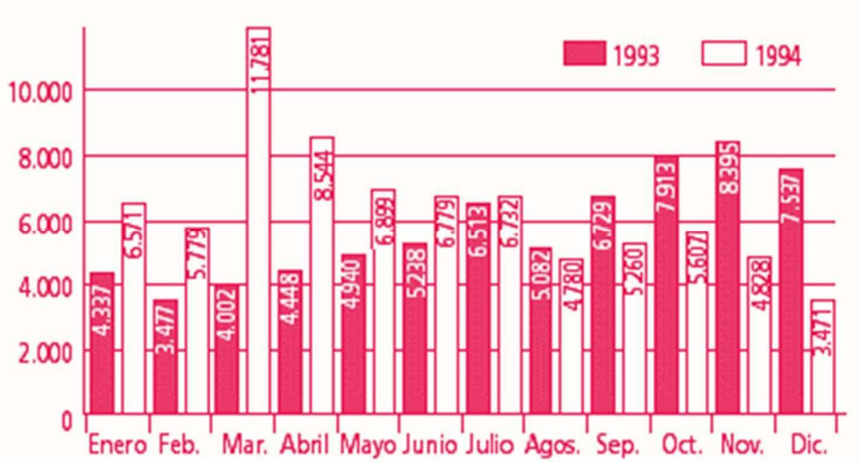


Diagrama de barras.



Histograma.

Polígonos de frecuencias

Para construir polígonos de frecuencias, se trazan las frecuencias absolutas o relativas de los valores de la variable en un sistema de ejes cartesianos y se unen los puntos resultantes mediante trazos rectos. Con ello se obtiene una forma de línea poligonal abierta.

Los polígonos de frecuencias se utilizan preferentemente en la presentación de caracteres cuantitativos, y tienen especial interés cuando se indican frecuencias acumulativas. Se usan en la expresión de fenómenos que varían con el tiempo, como la densidad de población, el precio o la temperatura.

Gráficos de sectores

En los diagramas de sectores, también llamados circulares o de tarta, se muestra el valor de la frecuencia de la variable señalada como un sector circular dentro de un círculo completo. Por ello, resultan útiles particularmente para mostrar comparaciones entre datos, sobre todo en forma de frecuencias relativas de las variables expresadas en forma de porcentaje.

Pictogramas y cartogramas

Para aligerar la presentación de datos estadísticos, con frecuencia se recurre a imágenes pictóricas representativas del valor de las variables. Dos formas comunes de expresión gráfica de los datos son:

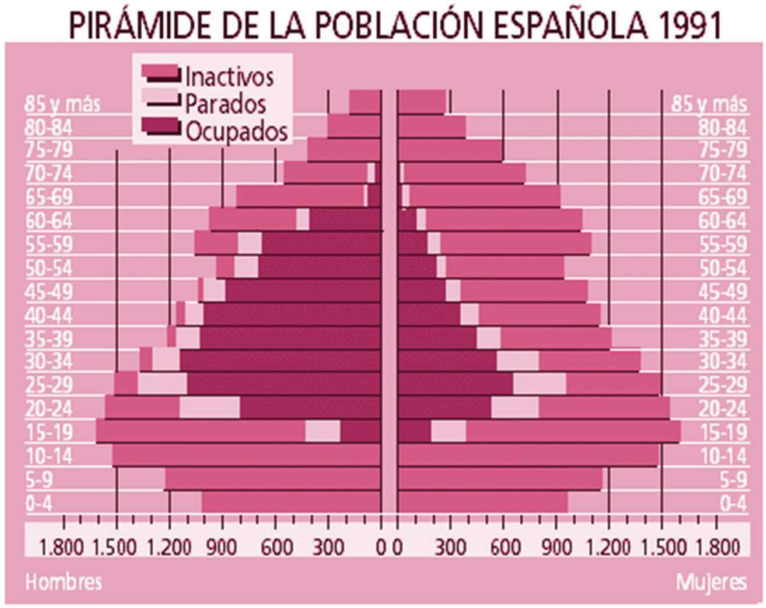
Los pictogramas, que muestran diagramas figurativos con figuras o motivos que aluden a la distribución estadística analizada (por ejemplo, una imagen antropomórfica para indicar tamaños, alturas u otros).

Los cartogramas, basados en mapas geográficos que utilizan distintas tramas, colores o intensidades para remarcar las diferencias entre los datos.

Pirámide de población

Otra forma corriente de presentación visual de datos estadísticos es la llamada pirámide de población.

Las pirámides de población se utilizan en la expresión de informaciones demográficas, económicas o sociales, y en ellas se clasifican comúnmente los datos de la población del grupo de muestra considerado en diferentes escalas de edad y diferenciada por sexo.



Ejemplo de una pirámide de población.

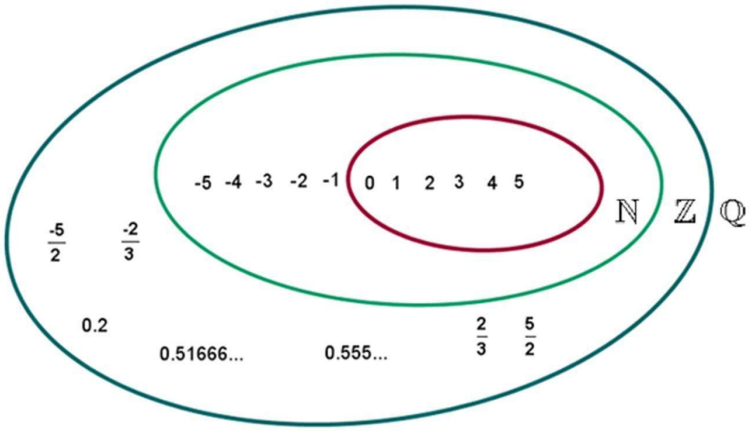
Polígono de frecuencias. Polígono de frecuencias acumulativas. Gráfico de sectores. Representación de datos estadísticos en un pictograma.

REALIZAR OPERACIONES Y PROCEDIMIENTOS MATEMATICOS ENTRE CANTIDADES RACIONALES.

En matemática, se llama número racional a todo número que puede representarse como el cociente de dos números enteros. El conjunto de los números racionales se denota por, que significa «cociente». Este conjunto de números incluye a los números enteros (positivos y negativos), decimales y a las fracciones.

Un número racional es todo número que puede representarse como el cociente de dos enteros, con denominador distinto de cero. Se representa por Q .

$$\mathrm{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \,|a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$



Suma y resta de números racionales

La suma (resta) de números racionales se realiza en función de sus denominadores: si tienen el mismo o diferente denominador.

Con el mismo denominador

Se suman o se restan los numeradores y se mantiene el denominador.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$$

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$$

Ejemplos:

$$\frac{5}{7}+\frac{1}{7}=\frac{6}{7}$$

$$\frac{5}{7}-\frac{1}{7}=\frac{4}{7}$$

Con distinto denominador

En primer lugar se **reducen los denominadores a común denominador**, y se suman o se restan los numeradores de las fracciones equivalentes obtenidas.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{\frac{a(m.c.m.(b,d))}{b}+\frac{c(m.c.m.(b,d))}{d}}{m.c.m.(b,d)}$$

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{\frac{a(m.c.m.(b,d))}{b}-\frac{c(m.c.m.(b,d))}{d}}{m.c.m.(b,d)}$$

Ejemplos:

$$\frac{5}{4}+\frac{1}{6}=\frac{\frac{5(m.c.m.(4,6))}{4}+\frac{1(m.c.m.(4,6))}{6}}{m.c.m.(4,6)}=\frac{\frac{5(12)}{4}+\frac{1(12)}{6}}{12}=\frac{17}{12}$$

$$\frac{5}{4}-\frac{1}{6}=\frac{\frac{5(m.c.m.(4,6))}{4}-\frac{1(m.c.m.(4,6))}{6}}{m.c.m.(4,6)}=\frac{\frac{5(12)}{4}-\frac{1(12)}{6}}{12}=\frac{13}{12}$$

Propiedades de la suma de números racionales

Para cualesquiera $\mathrm{a},\ \mathrm{b}\in\mathbb{Q}$ se satisfacen las siguientes propiedades

1Interna. La suma de números racionales es de nuevo un número racional

$$\mathrm{a}+\mathrm{b}\in\mathbb{Q}$$

2 Asociativa. Sumar los dos primeros números y al resultado añadir un tercer número, es igual a que al primer número se le añada el resultado de la suma del segundo con el tercer número

$$(\mathrm{a}+\mathrm{b})+\mathrm{c}=\mathrm{a}+(\mathrm{b}+\mathrm{c})$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)+\frac{3}{8} = \frac{1}{2}+\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\right)$$

$$\frac{2+1}{4}+\frac{3}{8} = \frac{1}{2}+\frac{2+3}{8}$$

$$\frac{3}{4}+\frac{3}{8} = \frac{1}{2}+\frac{5}{8}$$

$$\frac{6+3}{8} = \frac{4+5}{8}$$

$$\frac{9}{8} = \frac{9}{8}$$

3 Conmutativa. Si se intercambian los sumandos, el resultado es el mismo

$$a + b = b + a$$

Ejemplo:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{2+1}{4} = \frac{1+2}{4}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

4 Elemento neutro. Existe un elemento $0 \in \mathbb{Q}$ tal que al sumarlo con un número el resultado sigue siendo el mismo número

$$a + 0 = a$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{4} + 0 = \frac{3}{4}$$

5 Elemento opuesto. Todo número racional posee un opuesto, tal que al sumar ambos el resultado es el elemento neutro

$$a + (-a) = 0$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{4} + \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3-3}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

El opuesto del opuesto de un número es igual al mismo número.

$$-(-a) = a$$

Multiplicación de números racionales

El resultado de multiplicar dos números racionales es de nuevo un racional cuyo numerador se obtiene de la multiplicación de los numeradores y el denominador de la multiplicación de los denominadores

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Ejemplo:

$$\frac{5}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{24}$$

Propiedades de la multiplicación de números racionales

Para cualesquiera $\mathrm{a}, \mathrm{b} \in \mathbb{Q}$ se satisfacen las siguientes propiedades

1 Interna. La multiplicación de dos racionales es un racional

$$\mathrm{a} \cdot b \in \mathbb{Q}$$

2 Asociativa. Multiplicar los dos primeros números y al resultado multiplicarlo por un tercer número, es igual a que al primer número se le multiplique el resultado de la multiplicación del segundo con el tercer número

$$(\mathrm{a} \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5}\right)$$

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{20}$$

$$\frac{3}{40} = \frac{3}{40}$$

3 Conmutativa. El resultado de una multiplicación se preserva al intercambiar los multiplicandos

$$\mathrm{a} \cdot b = b \cdot a$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{8}\cdot\frac{1}{5} = \frac{1}{5}\cdot\frac{3}{8}$$

$$\frac{3}{40} = \frac{3}{40}$$

4Elemento neutro. Existe un elemento $1 \in \mathbb{Q}$ tal que al multiplicalo con un número el resultado sigue siendo el mismo número

$$\mathrm{a}\cdot 1 = a$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{8}\cdot 1 = \frac{3}{8}$$

5Elemento inverso. Todo número racional diferente de cero posee un opuesto, tal que al multiplicar ambos el resultado es el elemento neutro de la multiplicación

$$\mathrm{a}\cdot a^{-1} = 1$$

Ejemplo:

$$\frac{8}{3}\cdot\frac{3}{8} = 1$$

6 Distributiva

$$\mathrm{a}\cdot(b+c) = a\cdot b + a\cdot c$$

Ejemplo:

$$\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{7}{4} = \frac{1}{8}+\frac{3}{4}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{7}{8}$$

7 Sacar factor común.

$$\mathrm{a} \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$

Ejemplo:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2} \right)$$

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{4}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{7}{8}$$

División de números racionales

El resultado de dividir dos números racionales es de nuevo un racional cuyo numerador se obtiene multiplicando los extremos y el denominador de multiplicar los medios

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Ejemplo:

$$\frac{5}{7} : \frac{1}{6} = \frac{5 \cdot 6}{7 \cdot 1} = \frac{30}{7}$$

Potencias de números racionales

Potencias de exponente entero y base racional

Consiste en elevar el numerador y denominador a la potencia dada. En caso de que la potencia sea negativa, el resultado es el inverso de la base elevado a la potencia positiva, esto es, para $\mathrm{n} \in \mathbb{N}$

$$\left(\frac{a}{b} \right)^n = \frac{a^n}{b^n} \qquad \left(\frac{a}{b} \right)^{-n} = \left(\frac{b}{a} \right)^n$$

Ejemplos:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$$

Propiedades

1 Todo racional distinto de cero, elevado a la potencia cero tiene como resultado uno.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$$

2 Todo racional elevado a la potencia uno, tiene como resultado el mismo racional

$$\left(\frac{a}{b}\right)^1 = \frac{a}{b}$$

3 Producto de potencias con la misma base. Se preserva la base y se suman los exponentes

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{2+3} = \frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{243}$$

4 División de potencias con la misma base. Se preserva la base y se restan los exponentes

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{7-3} = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

5 Potencia de una potencia. Se preserva la base y se multiplican los exponentes

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m\cdot n}$$

Ejemplo:

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{3\cdot 2} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1^6}{2^6} = \frac{1}{64}$$

6 Producto de potencias con el mismo exponente. Se preserva el exponente y se multiplican las bases

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a\cdot c}{b\cdot d}\right)^n$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^3 = \left(\frac{3\cdot 2}{5\cdot 7}\right)^3 = \left(\frac{6}{35}\right)^3$$

7 Cociente de potencias con el mismo exponente. Se preserva el exponente y se dividen las bases

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a\cdot d}{b\cdot c}\right)^n$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 : \left(\frac{2}{7}\right)^3 = \left(\frac{3\cdot 7}{5\cdot 2}\right)^3 = \left(\frac{21}{10}\right)^3$$

Ejercicios propuestos

Resolver las siguientes operaciones con fracciones

1 $\left(3+\frac{1}{4}\right)-\left(2+\frac{1}{6}\right)$

Solución

2 $\frac{1}{2}:\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)$

Solución

3 $\left(\frac{5}{3}-1\right)\cdot\left(\frac{7}{2}-2\right)$

Solución

4 $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right):\left(\frac{5}{3}+\frac{1}{6}\right)$

Solución

5 $\dfrac{\frac{3}{2}+\frac{1}{4}}{\frac{5}{6}-\frac{1}{3}}$

Solución

6 $\dfrac{-1+\frac{3}{4}-\frac{1}{3}}{2-\frac{1}{4}}$

Solución

7 $\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{3}$

8 $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{3}$

9 $\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

10 $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

Solución

11 $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$

12 $\left(\frac{2}{3}\right)^{2} : \left(\frac{2}{3}\right)^{3}$

13 $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} : \left(\frac{2}{3}\right)^{3}$

14 $\left(\frac{2}{3}\right)^{2} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

Solución

15 $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

SOLUCIONAR REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA

Definición de la regla de tres directa

La regla de tres simple y directa consiste en una relación de cantidades con proporcionalidad directa, que se da cuando dadas dos cantidades correspondientes a magnitudes directamente proporcionales, se debe calcular la cantidad de una de estas magnitudes correspondiente a una cantidad dada de la otra magnitud.

$$\left.\begin{array}{lcl} A_1 & \stackrel{I}{\rightarrow} & C \\ A_2 & \rightarrow & x \end{array}\right\} \qquad \frac{A1}{A2} = \frac{C}{x} \qquad x = \frac{A_2 \cdot C}{A_1}$$

La regla de tres directa la aplicaremos cuando entre las magnitudes se establecen las relaciones:

A más $\rightarrow$ más.

A menos $\rightarrow$ menos.

Es decir, cuando una magnitud aumenta la otra también lo hace, y si la magnitud disminuye la otra de igual forma.

Ejemplos de la regla de tres simple y directa

1Un automóvil recorre 240 km en 3 horas. ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido en 2 horas?

Son magnitudes directamente proporcionales, ya que a menos horas recorrerá menos kilómetros.

Solución:

240 km $\xrightarrow{d} 3$ h

x km $\rightarrow 2$ h

$240 \quad \underset{x=\frac{3}{2} \quad 240 \cdot 2=3 \cdot x \quad x=\frac{240 \cdot 2}{3}=160}{}$ kms

2. Ana compra 5 kg de patatas, si 2 kg cuestan 0.80 €, ¿cuánto pagará Ana?

Son magnitudes **directamente proporcionales**, ya que, **a más** kilos, **más** euros.

Solución:

2 kg $\xrightarrow{d} 0.80$ €

5 kg $\rightarrow \mathrm{x}$€

$2 \quad \underset{5=\frac{0.80}{x} \quad 2 \cdot x=5 \cdot 0.80 \quad x=\frac{5 \cdot 0.80}{2}=2}{}$ €

CALCULAR PERIMETROS, AREAS Y VOLUMENES

Perímetro, área y volumen

1. El **perímetro** de un polígono (o cualquier otra curva cerrada, tal como un círculo) es la distancia alrededor del exterior.

2. El **área** de una curva simple, cerrada, plana es la cantidad del espacio interior.

3. El **volumen** de un sólido de forma 3D es la cantidad del espacio desplazado por el.

Algunas fórmulas para figuras planas comunes de 2 dimensiones y sólidos de 3 dimensiones se dan a continuación. Las respuestas tienen una, dos o tres dimensiones; el **perímetro** se mide en **unidades lineales**, el **área** se mide en **unidades cuadradas** y el **volumen** se mide en **unidades cúbicas**.

Tabla 1. Fórmulas de perímetros

forma	Fórmula	variables
cuadrado	$P = 4\ s$	*s* es la longitud del lado del cuadrado.
Rectángulo	$P = 2\ L + 2\ W$	*L* y *W* son las longitudes de los lados del rectángulo (longitud y ancho).
Triángulo	$a + b + c$	*a* , *b* , y *c* son las longitudes de los lados.
Triángulo rectángulo, con catetos *a* y *b* (ver el teorema de Pitágoras)	$P = a + b + \sqrt{a^2 + b^2}$	*a* y *b* son las longitudes de los catetos del triángulo
circulo	$P = C = 2\ \pi r = \pi d$	*r* es el radio y *d* es el diámetro.

Tabla 2. Fórmulas de áreas

forma	Fórmula	variables

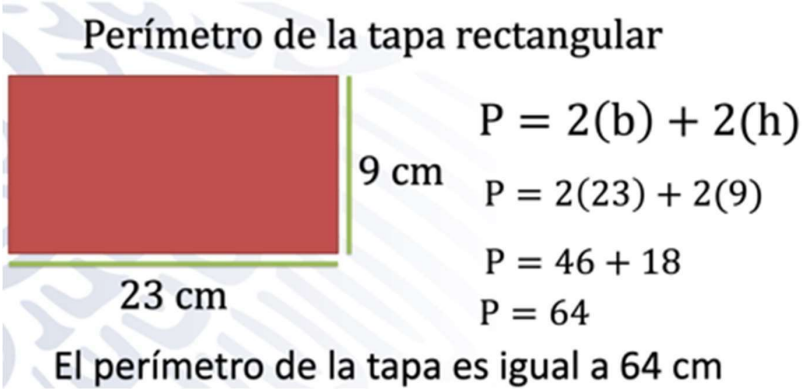
cuadrado	$A = s^2$	*s* es la longitud del lado del cuadrado.
Rectángulo	$A = LW$	*L* y *W* son las longitudes de los lados del rectángulo (longitud y ancho).
Triángulo	$A = \frac{1}{2}bh$	*by* h son la base y la altura .
Triángulo	$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ where $s = \frac{a+b+c}{2}$	*a* , *b* , y *c* son las longitudes de los lados y *s* es el semiperímetro
paralelogramo	$A = bh$	*b* es la longitud de la base y *h* es la altura.
trapezoide	$A = \frac{b_1+b_2}{2}h$	b_1 y b_2 son las longitudes de los lados paralelos y *h* la distancia (altura) entre las paralelas.
circulo	$A = \pi r^2$	*res* el radio.

Tabla 3. Fórmulas de volumen

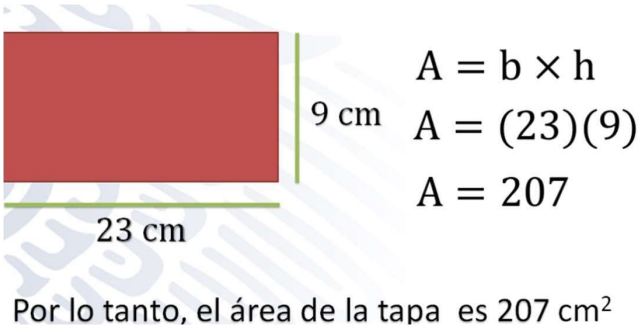
forma	Fórmula	variables
Cubo	$V = s^3$	*s* es la longitud del lado.
Prisma rectangular anverso	$V = LWH$	*L* es la longitud, *W* es el ancho y *H* es la altura.
prisma o cilindro	$V = Ah$	*A* es el área de la base, *h* es la altura.

Pirámide de cono	$V = \frac{1}{3}Ah$	*A* es el área de la base, *h* es la altura.
esfera	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	*res* el radio.

la imagen se observa el rectángulo que representa la tapa de la caja, cuya base mide 23 centímetros, y su altura, 9 centímetros. Para calcular el perímetro, usamos la fórmula 2 por base más 2 por altura.



Ahora, la fórmula para calcular el área de un rectángulo es área es igual a base por altura.



Por lo tanto, el área de la tapa es igual a 207 centímetros cuadrados, que es la cantidad de papel que se necesita para forrar la superficie superior.

Ahora, el volumen es como si tuvieras muchos cubos de por ejemplo 1 cm por lado, el volumen serían todos los cubos que caben en la caja.

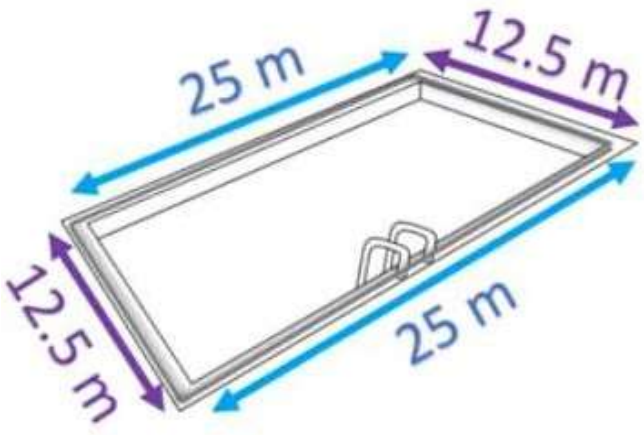
El volumen es la medida del espacio tridimensional que ocupa un cuerpo. Para poder establecer la diferenciación de manera más práctica, observa el siguiente video:

1. **Diferencia entre perímetro, área y volumen.**

Para ejemplificar la aplicación de los tres conceptos anteriores, te planteamos una situación.

En un gimnasio desean construir una alberca semiolímpica cuyas dimensiones son 25 metros de largo, 12.5 metros de ancho y con una profundidad de 2.7 metros. Alrededor de la alberca colocarán una tira de goma, de modo que puedan evitar accidentes, y pintarán el fondo de la alberca de color azul y las paredes laterales de color blanco. La pregunta es esta: ¿cuál es el procedimiento que seguirás para calcular la longitud de la banda de goma? ¿En qué tipo de unidades, lineales, cuadradas o cúbicas, debe darse la medida?

Para saber la longitud de la banda de goma que estará rodeando la alberca, debes calcular el perímetro de ella, es decir, su contorno.



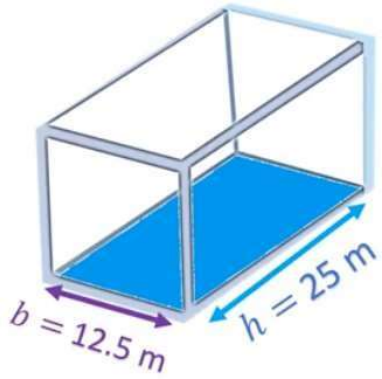
La fórmula para calcular el perímetro de la alberca semiolímpica que tiene forma de rectángulo es igual a la suma de las longitudes del lado más lado, más lado, más lado, o bien 2 veces la medida de la base más dos veces la medida de la altura. Sustituyendo los datos obtenemos que el perímetro es igual a 2 veces 25, más 2 veces 12.5, cuyos productos son 50 más 25. Sumando resulta 75, por lo tanto, la longitud de la banda será de 75 metros. Y por ser una longitud, la medida se da en unidades lineales.

Procedimiento:

$$P = l + l + l + l$$
$$P = 2b + 2h$$
$$P = 2(25) + 2(12.5)$$
$$P = 75$$

Y si quieres saber el total de la superficie a pintar en la alberca para el fondo de color azul y la superficie de las paredes de color blanco, ¿qué procedimiento debes seguir?

En este caso debemos calcular el área del fondo de la alberca que queremos pintar de color azul; identifica que es un rectángulo.

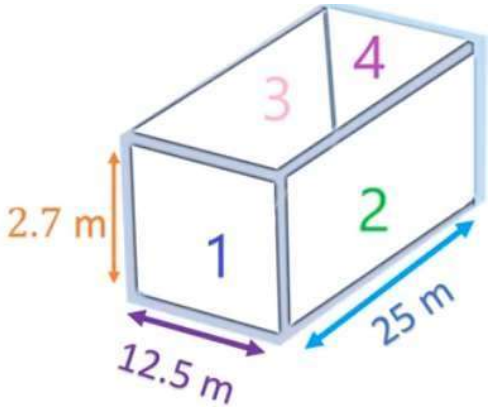


Los datos del problema son base es igual 12.5 metros y la altura es igual a 25 metros. La fórmula para calcular el área de un rectángulo es base por altura, mediante las medidas ya antes mencionadas, resulta área es igual a 12.5 x 25, que es igual a 312.5, por lo tanto, la superficie a pintar de color azul es de 312.5 metros cuadrados.

Procedimiento :

$$A = b \times h$$
$$A = 12.5 \times 25$$
$$A = 312.5$$

Como pudiste notar, en este caso se usan unidades cuadradas por tratarse de la medida de una superficie. Mientras que para las paredes debes hacer una suma de áreas, es decir, sumar cada una de las áreas de cada pared para conocer la superficie total a pintar de color blanco.



Como puedes identificar, hay 4 caras que se pintaran de color blanco, dos de esas caras tienen las medidas de 25 metros por 2.7 metros, y las otras dos caras tienen las medidas de 2.7 metros y 12.5 metros. Las 4 caras, son rectángulos, por lo tanto, el área se calcula como base por altura. Suma entonces todas las áreas: resulta 2 por (25 x 2.7), más 2 por (12.5 x 2.7); respetando la jerarquía de operaciones, resuelve las multiplicaciones que están dentro de los paréntesis, y resulta 2 x 67.5 más 2 x 33.75. Para eliminar paréntesis, resuelve las dos multiplicaciones, y resulta 135 más 67.5 es igual 202.5 metros cuadrados de la superficie a pintar de color blanco.

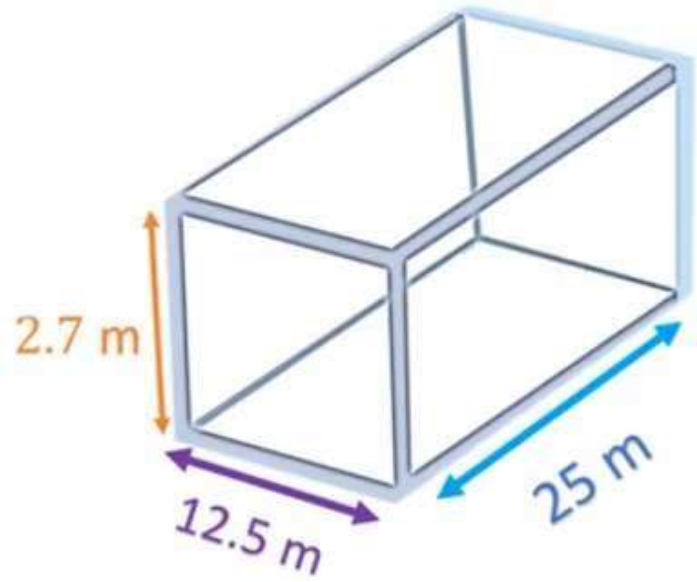
Procedimiento :

$$A\ Total = 2(25 \times 2.7) + 2(12.5 \times 2.7)$$
$$A\ Total = 2(67.5) + 2(33.75)$$
$$A\ Total = 135 + 67.5$$
$$A\ Total = 202.5$$

Finalmente, ¿cuál sería el volumen de la alberca?, ¿qué tipo de unidades de medida se usan en este caso?

Para calcular el volumen, identifica que la alberca tiene forma de prisma rectangular, y la fórmula para calcular su volumen es igual a área de la base por la altura.

Los datos que son los siguientes: el ancho es de 25 metros, el largo es de 12.5 metros y la altura es de 2.7 metros.



La fórmula para calcular el volumen es igual a área de la base por la altura; en este caso, la base es un rectángulo, su área se calcula base por altura. Sustituyendo, se obtiene que el área de la base es igual a 312.5 x 2.7, que es la altura del prisma, y el producto es 843.75; por lo tanto, el volumen de la alberca es de 843.75 metros cúbicos.

Procedimiento :

$$V = A_b \times a$$
$$V = 312.5 \times 2.7$$
$$V = 843.75$$

Antes de finalizar, recapitula todo lo que aprendiste en esta lección:

Concepto	Definición	Unidades de medida
Perímetro	Es el contorno de una figura y se calcula sumando las longitud de todos los lados de la misma	Se utilizan unidades lineales, como m, dm, km, entre otras.
Área	Es la superficie delimitada por el perímetro y se calcula de acuerdo a la fórmula de cada figura	Se utilizan las unidades cuadradas: m^2, cm^2, dm^2 entre otras.
Volumen	Es el espacio que ocupa un cuerpo y se calcula de acuerdo a la fórmula de cada cuerpo geométrico	Se utilizan las unidades cuadradas: m^3, cm^3, dm^3 entre otras.

REALIZAR CONVERSIÓN DE UNIDADES DE MEDIDA

Por lo general, en este proceso se utilizan factores y tablas de conversión, y solo se pueden realizar entre unidades de la misma naturaleza, es decir, que se encuentran en el mismo grupo de medición.

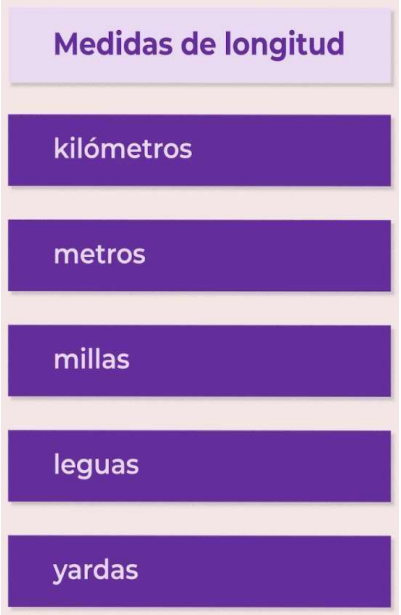


Mira algunos ejemplos de medidas que se pueden convertir a otras:

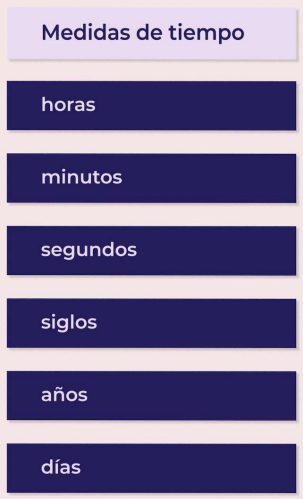
Medidas de longitud: kilómetros, metros, millas, leguas, yardas...

Medidas de tiempo: horas, minutos, segundos, siglos, años, días…

Medidas de masa: kilogramo, gramo, kilogramo, decagramo…







Ejemplo de conversión de longitud:

Convertir de metros a centímetros.



Se deben convertir 120 metros a centímetros. Por ahora, se tienen los siguientes datos:

Un metro equivale a 100 centímetros, como aún no sabemos el valor de 120 metros, lo vamos a dejar con una X.

Para realizar la operación debemos multiplicar en forma de X, y como solo tenemos dos valores conocidos, es decir: 120 metros por 100 centímetros. Procedemos a multiplicarlos. Dejaremos dividiendo la cifra 1 metro.

Ahora podemos simplificar metro con metro.

Y luego, multiplicamos 120 por 100 centímetros, esto nos dará 12000 centímetros sobre 1. Finalmente, resolviendo la operación, tendremos como resultado 12000 centímetros.

Ejemplo de conversión de masa:

Convertir de kilogramos a gramos:



Debemos convertir 5,20 kilogramos a gramos, para ello debemos realizar la siguiente operación:

1 kilogramo equivale a 1.000 gramos. Debemos convertir 5,20 kilogramos a gramos. Ahora debemos calcular el valor de X.

Para ello vamos a multiplicar en forma de equis (x) y multiplicar los dos valores conocidos, es decir: 5,2 kilogramos x 1000 gramos. Dejaremos dividiendo la cifra 1 kilogramo.

Ahora podemos simplificar kilogramos con kilogramos

Luego, multiplicamos 5,20 por 1.000 gramos, esto nos dará 5200 gramos. X= 5.200g

RESOLVER ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Una ecuación de primer grado es una ecuación cuya solución viene dada por Primero, el producto de sus variables (en este caso, x), y el valor medio de sus fórmulas integrales, como la matriz integral. Una ecuación de segundo grado es lo contrario de su homóloga de primer grado. Así, una solución de una ecuación de primer grado será siempre la suma de sus variables, mientras que las soluciones de una ecuación de segundo grado serán siempre iguales a los valores de primer grado

de sus correspondientes variables. Además, las soluciones de las ecuaciones de tercer grado también son iguales a los valores de sus correspondientes variables, pero esto ocurre raramente.

En general para resolver una ecuación de primer grado debemos seguir los siguientes pasos:

1 Quitar paréntesis.

2 Quitar denominadores.

3 Agrupar los términos en X en un miembro y los términos independientes en el otro.

4 Reducir los términos semejantes.

5 Despejar la incógnita.

Ejemplo:

Resolver $2(x+1)-3(x-2)=x-6$

1 Quitamos paréntesis.

$$2(x+1)-3(x-2) = x-6$$

$$2x+2-3x+6 = x-6$$

2 Agrupamos los términos en X en un miembro y los términos independientes en el otro.

$$2(x+1)-3(x-2) = x-6$$

$$2x+2-3x+6 = x-6$$

$$2x-3x-x = -6-2-6$$

3 Reducimos los términos semejantes.

$$2(x+1)-3(x-2) = x-6$$

$$2x+2-3x+6 = x-6$$

$$2x-3x-x = -6-2-6$$

$$-2x = -14$$

4 Despejamos la incógnita.

$$\begin{aligned} 2(x+1)-3(x-2) &= x-6 \\ 2x+2-3x+6 &= x-6 \\ 2x-3x-x &= -6-2-6 \\ -2x &= -14 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

Ejemplo:

Resolver $\dfrac{x+1}{6}-\dfrac{3(x-2)}{8}=x-6$

1 Quitamos paréntesis.

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{6}-\frac{3(x-2)}{8} &= x-6 \\ \frac{x+1}{6}-\frac{3x-6}{8} &= x-6 \end{aligned}$$

2 Quitamos los denominadores multiplicando ambos miembros por el mínimo común múltiplo de los denominadores $\text{mcm}(6,\,8)=24$

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{6}-\frac{3(x-2)}{8} &= x-6 \\ \frac{x+1}{6}-\frac{3x-6}{8} &= x-6 \\ 24\left(\frac{x+1}{6}-\frac{3x-6}{8}\right) &= 24(x-6) \\ 4(x+1)-3(3x-6) &= 24(x-6) \\ 4x+4-9x+18 &= 24x-144 \end{aligned}$$

3 Agrupamos los términos en $\mathbf{X}$ en un miembro y los términos independientes en el otro.

$$\begin{aligned}
\frac{x+1}{6} - \frac{3(x-2)}{8} &= x-6 \\
\frac{x+1}{6} - \frac{3x-6}{8} &= x-6 \\
24\left(\frac{x+1}{6} - \frac{3x-6}{8}\right) &= 24(x-6) \\
4(x+1) - 3(3x-6) &= 24(x-6) \\
4x+4-9x+18 &= 24x-144 \\
4x-9x-24x &= -144-4-18
\end{aligned}$$

4 Reducimos los términos semejantes.

$$\begin{aligned}
\frac{x+1}{6} - \frac{3(x-2)}{8} &= x-6 \\
\frac{x+1}{6} - \frac{3x-6}{8} &= x-6 \\
24\left(\frac{x+1}{6} - \frac{3x-6}{8}\right) &= 24(x-6) \\
4(x+1) - 3(3x-6) &= 24(x-6) \\
4x+4-9x+18 &= 24x-144 \\
4x-9x-24x &= -144-4-18 \\
-29x &= -166
\end{aligned}$$

5 Despejamos la incógnita.

$$\begin{aligned}
\frac{x+1}{6} - \frac{3(x-2)}{8} &= x-6 \\
\frac{x+1}{6} - \frac{3x-6}{8} &= x-6 \\
24\left(\frac{x+1}{6} - \frac{3x-6}{8}\right) &= 24(x-6) \\
4(x+1) - 3(3x-6) &= 24(x-6) \\
4x+4-9x+18 &= 24x-144 \\
4x-9x-24x &= -144-4-18 \\
-29x &= -166 \\
x &= \frac{166}{29}
\end{aligned}$$

COMPROBAR LOS PROCEDIMIENTOS MATEMATICOS

El proceso para hacerlo es muy directo. Todo lo que tienes que hacer es reemplazar la variable en la ecuación por el valor que obtuviste.

Toma como ejemplo la siguiente ecuación: $4(3y-8)=4$

Supón que ya la has resuelto y has llegado a la respuesta Y= 3. Ahora debes comprobar si es correcta.

El primer paso es reemplazar la variable por el valor encontrado. En este caso reemplazarás por 3:

$$4(3y-8)=4$$

$$4(3\cdot 3-8)=4$$

El paso siguiente es simplificar la ecuación y si el lado izquierdo es igual al derecho, nuestra solución es correcta.

$$4(3 \cdot 3 - 8) = 4$$

$$4(3 \cdot 3 - 8) = 4$$

$$4(9 - 8) = 4$$

$$4(9 - 8) = 4$$

$$4(1) = 4$$

$$4 \cdot 1 = 4$$

$$4 = 4$$

Hemos finalizado. Como es cierto que 4 = 4, la respuesta correcta para esta ecuación sí es Y=3.

VERIFICAR LA SOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN